

ELECTROMAGNETISME

EXAMEN TERMINAL

Durée : 2 h

I. Cours (4 pts)

1. Donner les équations de Maxwell en un point où les densités volumiques de charge et de courant sont ρ et $\mathbf{J}$.
2. Ecrire les conditions satisfaites par $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ à la traversée d'une surface portant des densités superficielles de charge et de courant σ et $\mathbf{J}_S$ respectivement.

II. Condensateur plan en régime alternatif (8pts)

Un condensateur est constitué de deux armatures en forme de disques d'axe Oz et de rayon R espacées d'une distance e. Les fils d'alimentation électrique sont portés par Oz de sorte que le système est invariant par rotation autour de Oz.

On donne le champ électrique à basse fréquence $\mathbf{E}_0 = E_m \cos \omega t \mathbf{e}_z$.

1. Calculer le champ magnétique $\mathbf{B}_1$ induit entre les armatures du condensateur en fonction de $d\mathbf{E}_0/dt$ en utilisant la relation de Maxwell-Ampère et les propriétés d'invariance et de symétrie.
2. Donner l'expression de l'énergie magnétique volumique ξ_m due à $\mathbf{B}_1$ et de l'énergie électrique volumique ξ_e due à $\mathbf{E}_0$.
3. Calculer le rapport des contributions magnétique et électrique à l'énergie électromagnétique ξ_{em} en fonction de R, ω et de la célérité de la lumière dans le vide c.
4. Calculer le champ électrique $\mathbf{E}_2$ induit entre les armatures du condensateur par la variation de $\mathbf{B}_1$ à l'aide de l'équation de Maxwell- Faraday. Donner son expression en fonction de $d\mathbf{E}_0/dt$.

III. Ondes électromagnétiques (8pts)

1. On considère la superposition dans le vide de deux ondes électromagnétiques planes de même pulsation ω , de même amplitude E_m et de vecteurs d'onde respectifs $\mathbf{k}_1$ et $\mathbf{k}_2$ appartenant au plan xOz et formant avec l'axe Oz des angles θ et $-\theta$ ($0 < \theta < \pi/2$). On donne les champs électriques de ces deux ondes :

$$\underline{\mathbf{E}}_1 = E_m \exp j(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t) \mathbf{e}_y$$

$$\underline{\mathbf{E}}_2 = E_m \exp j(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t) \mathbf{e}_y .$$

- 1.1. Etablir l'expression du champ électrique $\underline{\mathbf{E}}$ résultant. Quelle est son amplitude ? Quelle est sa vitesse de phase v_ϕ ? L'onde résultante est-elle plane ? Pourquoi ?
- 1.2. Dédire l'expression du champ magnétique $\underline{\mathbf{B}}$ puis celle de $\mathbf{B}$.
- 1.3. Donner l'expression du vecteur de Poynting $\mathbf{R}$ et calculer sa valeur moyenne dans le temps $\langle \mathbf{R} \rangle_t$.
- 1.4. Etudier l'éclairement d'une surface perpendiculaire à $\langle \mathbf{R} \rangle_t$ et préciser le lieu des points d'éclairement nul et d'éclairement maximum. .../...

2. Réflexion d'une onde plane sur la surface plane d'un conducteur parfait :

Un conducteur parfait occupe tout le demi-espace $x > 0$ d'un référentiel orthonormé $Oxyz$. Une onde plane de pulsation ω , de champ électrique $\mathbf{E}_1 = E_1 \mathbf{e}_y$ dont l'amplitude est E_m , de vecteur d'onde $\mathbf{k}_1$, se propageant dans le demi-espace $x < 0$ est incidente sur le plan yOz . Le vecteur d'onde $\mathbf{k}_1$ appartient au plan xOz et fait un angle θ avec l'axe Oz .

2.1. Démontrer, en utilisant les propriétés du conducteur parfait et des arguments de symétrie, qu'il existe une onde plane réfléchie de pulsation ω et de vecteur d'onde $\mathbf{k}_2$ appartenant au plan d'incidence et tel que $k_1 = k_2$. Quelle est l'amplitude $E_{r,m}$ du champ électrique de cette onde ? Quel est le déphasage ϕ de l'onde réfléchie par rapport à l'onde incidente ?

2.2. Etablir l'expression du champ électrique total $\mathbf{E}'$ résultant dans le demi-espace $x < 0$ et comparer le résultat à celui que vous avez obtenu en 1.1.

2.3. Représenter les vecteurs $\mathbf{k}_1$ et $\mathbf{k}_2$ sur un schéma dans le plan xOz . Déterminer le lieu des points qui présentent un champ électrique stationnaire d'amplitude maximale et le lieu des points qui présentent un champ électrique nul. Enoncer clairement l'équation de ces lieux géométriques et représentez sur le schéma leur intersection avec le plan xOz .